

摘藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷十三

詳校官主事臣陳木



欽定四庫全書薈要卷一萬八百三十六

子部

御製數理精蘊下編卷十三

面部三

勾股

勾股弦和較相求法下  
勾股積與和較相求  
正勾股比例





勾股弦和較相求法

下

設如有勾股較七尺勾股弦總和四十尺求勾股弦

各幾何

第三十四

法以勾股弦總和四十尺內減勾股較

七尺餘三十三尺為兩勾一弦之共數

蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共數內減勾股較是於股內減勾股較即

又得一勾矣故為兩勾一弦也

自乘得一千零八十九

尺又以勾股較七尺自乘得四十九尺

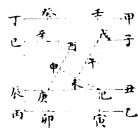
兩自乘數相減餘一千零四十四尺折半



得五百二十尺為長方積乃以勾股弦  
總和四十尺與兩勾一弦之共數三十  
三尺相加得七十三尺為長闊和用帶  
縱和數開方法算之得闊八尺為勾加  
勾股較七尺得十五尺為股於勾股弦  
總和四十尺內減勾八尺又減股十五  
尺餘十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為  
兩勾一弦自乘之一大正方內戊己庚  
辛為弦自乘之一正方甲子戊壬丑乙

成  
北  
北  
北

寅巳庚卯丙辰癸辛巳丁為勾自乘之  
四正方壬戌辛癸子丑巳戊巳寅卯庚  
辛庚辰巳為勾弦相乘之四長方弦自  
乘之一正方內容四勾股積為勾股相  
乘之二長方又勾股較自乘之一小正  
方今於甲乙丙丁兩勾一弦自乘之一  
大正方內減去午未申酉勾股較自乘  
之一小正方尚餘勾股相乘之二長方  
勾弦相乘之四長方勾自乘之四正方



坎乾

戌亥

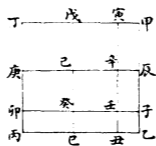
折半得勾股相乘之一長方勾弦相乘之二長方勾自乘之二正方與戌亥乾坎長方形等其闊即勾其長為兩勾兩弦一股其長闊和為三勾兩弦一股故以勾股弦總和與兩勾一弦之共數相併為長闊和用帶縱和數開方法算之得闊為勾也

又法以勾股弦總和四十尺自乘得一千六百尺折半得八百尺為長方積乃





以勾股較七尺為長闊較用帶縱較數  
 開方法算之得闊二十五尺為勾弦和  
 得長三十二尺為股弦和於勾股弦總  
 和四十尺內減勾弦和二十五尺餘十  
 五尺為股減勾股較七尺餘八尺為勾  
 又於勾弦和二十五尺內減勾八尺餘  
 十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為勾股  
 弦總和自乘之一大正方內戊己庚丁  
 為弦自乘之一正方辛壬癸己為股自



乘之一正方形子乙丑壬為勾自乘之一  
正方形甲辰辛寅與癸巳丙卯為勾弦相  
乘之二長方寅辛巳戌與巳癸卯庚為  
股弦相乘之二長方辰子壬辛與壬丑  
巳癸為勾股相乘之二長方如以勾自  
乘之一正方形與股自乘之一正方形併  
則又與弦自乘之一正方形相等是為弦  
自乘之正方形二股弦相乘之長方二勾  
弦相乘之長方二勾股相乘之長方二

午 坎 木

戌 艮 土

酉 乾 金

折半即得弦自乘之正方一股弦相乘

之長方一勾弦相乘之長方一勾股相

乘之長方一而與午未申酉勾弦和與

股弦和相乘之長方等蓋午未申酉之

長方內戌亥乾酉為弦自乘之一正方

午坎亥戌為股弦相乘之一長方亥艮

申乾為勾弦相乘之一長方坎未艮亥

為勾股相乘之一長方其闊即勾弦和

其長即股弦和其長闊較即勾股較故

以勾股較為長闊較用帶縱較數開方  
法算之得闊為勾弦和也

設如有勾弦較九尺勾股弦總和四十尺求勾股弦

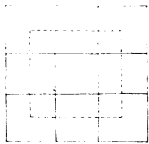
各幾何

第三十五

法以勾股弦總和四十尺內減勾弦較  
九尺餘三十一尺為兩勾一股之共數

蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共  
數內減勾弦較是於弦內減勾弦較即  
又得一勾矣故自乘得九百六十一尺  
為兩勾一股也

又以勾股弦總和四十尺與勾弦較九



尺相加得四十九尺為兩弦一股之共

數

蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共數今加勾弦較是於勾數加勾弦

較即又得一弦矣故為兩弦一股也自乘得二千四百零

一尺兩數相減餘一千四百四十尺四

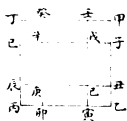
歸之得三百六十尺為長方積乃以勾

弦較九尺為長闊較用帶縱較數開方

法算之得闊十五尺為股於勾股弦總

和四十尺內減股十五尺餘二十五尺

為勾弦和減勾弦較九尺餘十六尺折



半得八尺為勾加勾弦較九尺得十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為兩勾一股自乘之一大正方內戊己庚辛為股自乘之一正方甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸辛巳丁為勾自乘之四正方壬戌辛癸子丑己戊己寅卯庚辛庚辰己為勾股相乘之四長方又午未申酉為兩弦一股自乘之一大正方內戊己庚辛為股自乘之一正方午乾戌戌坎未



艮己庚震申巽亥辛離酉為弦自乘之

四正方戌戊辛亥乾坎己戊己艮震庚

辛庚巽離為股弦相乘之四長方今於

午未申酉之正方內減去甲乙丙丁之

正方所餘四隅之午乾子甲壬戌等類

四磬折形皆為弦自乘之方內減去勾

自乘之方與股自乘之四正方積相等

四面之戌壬癸亥等類四長方形乃勾

弦較與股相乘之四長方  
戌戌為弦壬戌為勾故戌

戌——  
 亥——  
 兌——  
 坤——

壬為勾  
弦較  
 以四歸之則餘股自乘之一正

方勾弦較與股相乘之一長方共為戌

坤兌亥一長方其闊即股其長即股與

勾弦較之和故以勾弦較為長闊較用

帶縱較數開方法算之得闊為股也

設如有股弦較二尺勾股弦總和四十尺求勾股弦

各幾何第三十六

法以勾股弦總和四十尺內減股弦較

二尺餘三十八尺為兩股一勾之共數



蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共  
數內減股弦較是於弦內減股弦較即  
又得一股矣故自乘得一千四百四十  
為兩股一勾也

四尺又以勾股弦總和四十尺與股弦

較二尺相加得四十二尺為兩弦一勾

之共數

蓋勾股弦總和為一勾一股一  
弦之共數今加股弦較是於股

數加股弦較即又得一  
弦矣故為兩弦一勾也自乘得一千七

百六十四尺兩數相減餘三百二十尺

四歸之得八十尺為長方積乃以股弦

較二尺為長闊較用帶縱較數開方法



算之得闊八尺為勾於勾股弦總和四十尺內減勾八尺餘三十二尺為股弦和減股弦較二尺餘三十尺折半得十五尺為股加股弦較二尺得十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為兩股一勾自乘之一大正方內戊己庚辛為勾自乘之一正方甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸辛己丁為股自乘之四正方壬戌辛癸子丑己戊己寅卯庚辛庚辰己為勾

丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
未	申	酉	戌	亥	子	丑	寅
辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥

股相乘之四長方又午未申酉為兩弦  
 一勾自乘之一大正方內戊己庚辛為  
 勾自乘之一正方午乾戌戌坎未艮己  
 庚震申巽亥辛離酉為弦自乘之四正  
 方戊戌辛亥乾坎己戌己艮震庚辛庚  
 巽離為勾弦相乘之四長方今於午未  
 申酉之正方內減去甲乙丙丁之正方  
 所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬  
 折形皆為弦自乘之方內減去股自乘



坤 坤  
乾 乾

之方與勾自乘之四正方積相等四面

之戌壬癸亥等類四長方形乃股弦較

與勾相乘之四長方戌戌為弦壬戌為股故戌壬為股弦

較以四歸之則餘勾自乘之一正方形

弦較與勾相乘之一長方共為戌坤兌

亥一長方其闊即勾其長即勾與股弦

較之和故以股弦較為長闊較用帶縱

較數開方法算之得闊為勾也

設如有勾股和二十三尺弦與勾股較之較十尺求

勾股弦各幾何

第三十七

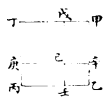
法以勾股和二十三尺自乘得五百二十九尺又以勾股和二十三尺與弦與勾股較之較十尺相加得三十三尺為

兩勾一弦之共數

蓋弦與勾股較之較為一勾一股弦較之

共數與勾股和相加則得兩勾一股一弦較而股加股弦較即弦故為兩勾一弦之共數也自乘得一千零八十九尺兩自

乘數相減餘五百六十尺折半得二百八十尺為長方積乃以弦與勾股較之



較十尺與兩勾一弦之共數三十三尺  
相加得四十三尺為長闊和用帶縱和  
數開方法算之得闊八尺為勾於勾股  
和二十三尺內減勾八尺餘十五尺為  
股又於股十五尺內減勾八尺餘七尺  
為勾股較與弦與勾股較之較十尺相  
加得十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為  
勾股和自乘之一大正方內戊己庚丁  
為股自乘之一正方辛乙壬己為勾自

癸 亥 乾 子  
 午 坎 坤 申  
 卯 艮 酉 辰  
 戌 巳 丙 庚  
 辰 坤 震 艮  
 酉 艮 坤 震  
 戌 巳 丙 庚

乘之一 正方甲辛巳戌與己壬丙庚為  
 勾股相乘之二 長方又癸子丑寅為兩  
 勾一弦自乘之一 大正方內卯辰己寅  
 為弦自乘之一 正方未申酉辰亥乾申  
 未乾子坎申申坎艮酉為勾自乘之四  
 正方癸亥未午午未辰卯辰酉戌己酉  
 艮丑戌為勾弦相乘之四 長方今以兩  
 正方相減則是癸子丑寅方內減去離  
 辰坤震股自乘之一 正方即如前圖之

甲 辛 乙  
戊 己 壬  
丁 庚 丙

戊己庚丁然又未申酉辰勾自乘之一

正方即如前圖之辛乙壬已然又巽未

辰離辰酉兌坤勾股相乘之二長方即

如前圖之甲辛己戊己壬丙庚然所餘

之卯離震坤己寅一磬折形與勾自乘

之一正方等

弦自乘之正方形內減股自乘之方則與勾自乘之方

等再午巽離卯與坤兌戊己二小長方

為股弦較與勾相乘之二長方若各補

於勾自乘之二正方形內即成勾與弦與



癸 亥 壬 子  
 庚 申 辛 酉  
 丙 辰 丁 巳  
 甲 寅 乙 卯  
 戊 戌 己 亥



勾股較之較相乘二長方

蓋弦與勾股較之較乃弦

內減去勾股較之餘然弦內有一勾一

勾股較一股弦較若減去勾股較則所

餘為一勾一股弦較矣今以股弦較與

勾相乘之長方補於勾自乘之正方內

則其長為一勾一股弦較即弦與勾股

較之較其闊即勾故為勾與弦與勾股

較之較相乘 合計之則為勾自乘二正

方勾弦相乘二長方勾與弦與勾股較

之較相乘二長方折半則餘勾自乘一

正方勾弦相乘一長方勾與弦與勾股

較之較相乘一長方之共積與金木水

金木

火水

火長方形等其闊即勾其長為一勾一  
弦一弦與勾股較之較其長闊和為兩  
勾一弦一弦與勾股較之較故以弦與  
勾股較之較與兩勾一弦之共數相加  
用帶縱和數開方法算之得闊為勾也

設如有勾股和二十三尺弦與勾股較之和二十四

尺求勾股弦各幾何

第三十八

法以勾股和二十三尺自乘得五百二  
十九尺又以弦與勾股較之和二十四

尺自乘得五百七十六尺兩數相加得一千一百零五尺為長方積乃以弦與勾股較之和二十四尺倍之得四十八尺為長闊較用帶縱較數開方法算之得十七尺為弦於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺餘七尺為勾股較於勾股和二十三尺內減勾股較七尺餘十六尺折半得八尺為勾加勾股較七尺得十五尺為股也如圖甲乙丙



丁為勾股和自乘之一大正方形內戊己  
 庚丁為股自乘之一正方形辛乙壬己為  
 勾自乘之一正方形甲辛己戊與己壬丙  
 庚為勾股相乘之二長方又癸子丑寅  
 為弦與勾股較之和自乘之一大正方形  
 內卯辰己寅為弦自乘之一正方形壬子  
 未辰為勾股較自乘之一正方形癸午辰  
 卯與辰未丑己為勾股較與弦相乘之  
 二長方兩大正方形相併則得弦自乘三



正方勾股較與弦相乘二長方共為申  
 酉戌亥一長方形何也卯辰巳寅為一  
 弦方戌巳庚丁一股方與辛乙壬己一  
 勾方相併為一弦方甲辛己戌己壬丙  
 庚勾股相乘之二長方即四勾股積與  
 午子未辰勾股較自乘之一正方相併  
 又為一弦方癸午辰卯辰未丑巳即勾  
 股較與弦相乘之二長方今二自乘方  
 相加則成申酉戌亥之一大長方其闊

即弦其長為三弦二勾股較其長闊較為二弦二勾股較故將弦與勾股較之和倍之為二弦二勾股較之共數用帶縱較數開方法算之得闊為弦也

設如有勾弦和二十五尺弦與勾股和之較六尺求

勾股弦各幾何

第三十九

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二十五尺又以勾弦和二十五尺與弦與勾股和之較六尺相加得三十一尺為

兩勾一股之共數

蓋勾弦和為一勾一弦之共數今於弦數

內加弦與勾股和之較即為勾股和是為兩勾一股之共數矣與勾弦

和二十五尺相乘得七百七十五尺兩

數相減餘一百五十尺為長方積乃以

勾弦和二十五尺為長闊和用帶縱和

數開方法算之得長十五尺為股於股

十五尺內減弦與勾股和之較六尺餘

九尺為勾弦較與勾弦和二十五尺相

加得三十四尺折半得十七尺為弦內

甲 辛 乙  
戊 己 壬  
丁 庚 丙

減勾弦較九尺餘八尺為勾也如圖甲

乙丙丁為勾弦和自乘之一大正方內

戊己庚丁為弦自乘之一正方辛乙壬

己為勾自乘之一正方甲辛己戊與己

壬丙庚為勾弦相乘之二長方又癸子

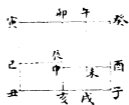
丑寅為兩勾一股與勾弦和相乘之一

大長方內卯辰己寅為股自乘之一正

方午未申卯與癸酉未午為勾與弦相

乘之二長方與甲乙丙丁大正方內之





甲辛巳戌己壬丙庚二長方等未戌亥  
 申為勾自乘之一正方與甲乙丙丁大  
 正方內之辛乙壬己一正方等而酉子  
 戌未亦為勾自乘之一正方與卯辰巳  
 寅股自乘之一正方相併乃與甲乙丙  
 丁大正方內之戌己庚丁弦自乘之一  
 正方等兩數相減所餘為辰亥丑己一  
 長方其辰巳長即股其辰己巳丑長闊  
 和即勾弦和故以帶縱和數開方法算

之得長為股也

設如有勾弦和二十五尺弦與勾股較之和二十四

尺求勾股弦各幾何

第十四

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二

十五尺又以勾弦和二十五尺與弦與

勾股較之和二十四尺相加得四十九

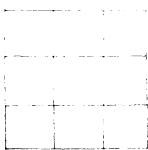
尺為兩弦一股之共數

蓋勾弦和加弦與勾股較之和

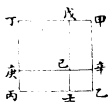
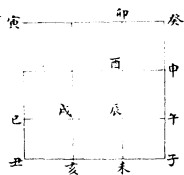
則得兩弦一勾一勾股較而勾加

勾股較即股故為兩弦一股也 自乘

得二千四百零一尺兩自乘數相加得



三千零二十六尺為長方積乃以兩弦  
一股之共數倍之得九十八尺為四弦  
二股之共數與勾弦和相加得一百二  
十三尺為長闊和用帶縱和數開方法  
算之得闊三十四尺折半得十七尺為  
弦於勾弦和二十五尺內減弦十七尺  
餘八尺為勾又於弦與勾股較之和二  
十四尺內減弦十七尺餘七尺為勾股  
較與勾八尺相加得十五尺為股也如



圖甲乙丙丁為勾弦和自乘之一大正  
 方內戊己庚丁為弦自乘之一正方辛  
 乙壬己為勾自乘之一正方甲辛己戊  
 與己壬丙庚為勾弦相乘之二長方又  
 癸子丑寅為兩弦一股自乘之一大正  
 方內卯辰己寅為弦自乘之四正方午  
 子未辰為股自乘之一正方癸申酉卯  
 申午辰酉辰未亥戌戌亥丑己為股弦  
 相乘之四長方今以兩自乘之方相併



則得弦自乘五正方又勾自乘之一正  
 方與股自乘之一正方相併為弦自乘  
 之一正方共為弦自乘六正方勾弦相  
 乘二長方股弦相乘四長方相合共成  
 乾坎艮震一大長方其闊即二弦數其  
 長為三弦一勾二股數其長闊和為五  
 弦一勾二股數故將兩弦一股之共數  
 倍之與勾弦和相加為長闊和用帶縱  
 和數開方法算之得闊為二弦而折半

為弦也

設如有股弦和三十二尺弦與勾股和之較六尺求

勾股弦各幾何

第四十一

法以股弦和三十二尺自乘得一千零

二十四尺又以股弦和三十二尺與弦

與勾股和之較六尺相加得三十八尺

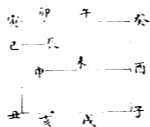
為兩股一勾之共數

蓋股弦和一為一弦之共數今於

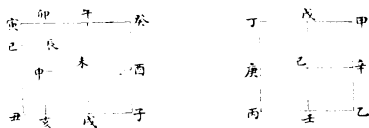
弦數內加弦與勾股和之較即為與股

勾股和是為兩股一勾之共數矣弦和三十二尺相乘得一千二百一十





六尺兩數相減餘一百九十二尺為長  
 方積乃以股弦和三十二尺為長闊和  
 用帶縱和數開方法算之得闊八尺為  
 勾於勾八尺內減弦與勾股和之較六  
 尺餘二尺為股弦較與股弦和三十二  
 尺相加得三十四尺折半得十七尺為  
 弦內減股弦較二尺餘十五尺為股也  
 如圖甲乙丙丁為股弦和自乘之一大  
 正方形戊己庚丁為弦自乘之一正方



辛乙壬己為股自乘之一正方甲辛己

戊與己壬丙庚為股弦相乘之二長方

又癸子丑寅為兩股一勾與股弦和相

乘之一大長方內卯辰巳寅為勾自乘

之一正方午未申卯與癸酉未午為股

弦相乘之二長方與甲乙丙丁大正方

內之甲辛己戊己壬丙庚二長方等未

戌亥申為股自乘之一正方與甲乙丙

丁大正方內之辛乙壬己一正方等而



巳辰

丑亥

酉子戌未亦為股自乘之一正方與卯  
辰巳寅勾自乘之一正方相併乃與甲  
乙丙丁大正方內之戊己庚丁弦自乘  
之一正方等兩數相減所餘為辰亥丑  
己一長方其辰巳闊即勾其辰己巳丑  
長闊和即股弦和故以帶縱和數開方  
法算之得闊為勾也

設如有股弦和三十二尺弦與勾股較之較十尺求

勾股弦各幾何

第四十二



法以股弦和三十二尺自乘得一千零

二十四尺又以股弦和三十二尺與弦

與勾股較之較十尺相加得四十二尺

為兩弦一勾之共數蓋弦與勾股較之較為一勾一股弦

較之共數與股弦和相加則得一勾一股一弦一股弦較而股加股弦較即又

得一弦故為自乘得一千七百六十四

尺兩自乘數相加得二千七百八十八

尺為長方積乃以兩弦一勾之共數倍

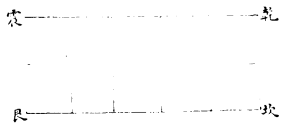
之得八十四尺為四弦二勾之共數與



股弦和三十二尺相加得一百一十六尺為長闊和用帶縱和數開方法算之得闊三十四尺折半得十七尺為弦於股弦和三十二尺內減弦十七尺餘十五尺為股又於弦十七尺內減弦與勾股較之較十尺餘七尺為勾股較於股十五尺內減勾股較七尺餘八尺為勾也如圖甲乙丙丁為股弦和自乘之一大正方形內戊己庚丁為弦自乘之一正



方辛乙壬己為股自乘之一正方甲辛  
己戌與己壬丙庚為股弦相乘之二長  
方又癸子丑寅為兩弦一勾自乘之一  
大正方內卯辰巳寅為弦自乘之四正  
方午子未辰為勾自乘之一正方癸申  
酉卯申午辰酉辰未亥戌亥丑己為  
勾弦相乘之四長方今以兩自乘之方  
相併則得弦自乘五正方又勾自乘之  
一正方與股自乘之一正方相併為弦



自乘之一正方共為弦自乘六正方股  
 弦相乘二長方勾弦相乘四長方相合  
 共成乾坎艮震一大長方其闊即二弦  
 數其長為三弦一股二勾數其長闊和  
 為五弦一股二勾數故將兩弦一勾之  
 共數倍之與股弦和相加為長闊和用  
 帶縱和數開方法算之得闊為二弦而  
 折半為弦也

設如有勾股較七尺弦與勾股和之較六尺求勾股

弦各幾何  
第十四

三



法以弦與勾股和之較六尺自乘得三十六尺折半得十八尺為長方積以勾股較七尺為長闊較用帶縱較數開方法算之得二尺為股弦較與弦與勾股和之較六尺相加得八尺為勾加勾股較七尺得十五尺為股再加股弦較二尺得十七尺為弦也如圖甲乙丙丁為弦自乘之一正方形戊己丙庚為股自乘

甲  
戌  
丑  
壬  
乙

辛  
子  
癸

丁  
庚  
丙

壬  
乙  
丑  
乙

之一正方甲壬癸辛為勾自乘之一正

方戊丑癸子為弦與勾股和之較自乘

之一正方其積與壬乙己丑辛子庚丁

之勾弦較與股弦較相乘之二長方等

見前有勾弦較股弦較求勾股弦法今以弦與勾股和之

較自乘折半必與壬乙己丑一長方積

相等其乙己閤即股弦較其壬乙長即

勾弦較而勾弦較之中有一股弦較一

勾股較故以勾股較為長閤較用帶縱

較數開方法算之得闊為股弦較也

設如有勾弦較九尺弦與勾股較之較十尺求勾股

弦各幾何第十四

法以弦與勾股較之較十尺為勾與股

弦較之共數

蓋弦與勾股較之較乃弦內減去勾股較之餘然弦

內有一勾一勾股較一股弦較今減去勾股較故餘為勾與股弦較之共數也

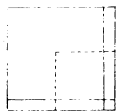
自乘得一百尺又以勾弦較九尺與弦

與勾股較之較十尺相加得十九尺為

弦與股弦較之共數

蓋勾加勾弦較即弦今弦與勾股較





之較既為勾與股弦較之共數若加自  
勾弦較則為弦與股弦較之共數矣

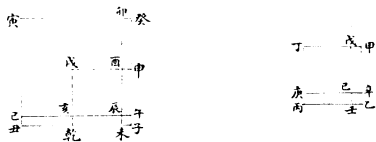
乘得三百六十一尺兩自乘數相減餘  
二百六十一尺又以勾弦較九尺自乘  
得八十一尺於兩自乘數相減之餘二  
百六十一尺內減之餘一百八十尺折  
半得九十尺為長方積以勾弦較九尺  
為長闊較用帶縱較數開方法算之得  
長十五尺為股以股十五尺與弦與股  
弦較之共數十九尺相加得三十四尺



折半得十七尺為弦內減勾弦較九尺  
餘八尺為勾也如圖甲乙丙丁為勾與  
股弦較相和自乘之一大正方內戊己  
庚丁為勾自乘之一正方辛乙壬己為  
股弦較自乘之一正方甲辛己戊與己  
壬丙庚為股弦較與勾相乘之二長方  
又癸子丑寅為弦與股弦較相和自乘  
之一大正方內卯辰己寅為弦自乘之  
一正方午子未辰為股弦較自乘之一

寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥

正方即如前圖之辛乙壬巳然癸午辰  
 卯與辰未丑巳為股弦較與弦相乘之  
 二長方兩自乘方相減則於癸子丑寅  
 正方形內減去與甲乙丙丁正方形相  
 等之申子乾戌正方形餘卯酉戌亥巳  
 寅磬折形為弦自乘方內減去勾自乘  
 方所餘之股自乘之方積其癸申酉卯  
 與亥乾丑巳為勾弦較與股弦較相乘  
 之二長方共積與弦與勾股和之較自



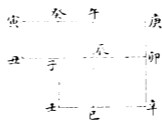
乘之正方等今以卯酉戌亥巳寅磬折  
形變為股自乘之方作一坎艮震巽正  
方形又以癸申酉卯亥乾丑巳二長方  
共積變為弦與勾股和之較自乘之方  
作一巽離坤兌正方形則此二正方邊  
之較即勾弦較並見勾弦較股弦較求勾股弦法中是以  
坎艮震巽股自乘之正方形內減去水  
艮金木勾弦較自乘之正方形則餘坎水  
木金震巽一磬折形而此磬折形內火

兌	巽	火	坎
坤	離	木	水
	震	金	艮

木離巽之一正方形與巽離坤兌之正方形等是則坎水木金震巽磬折形與巽離坤兌正方形相合共為坎水離巽類之二長方矣折半則為一長方其闊即弦與勾股和之較其長即股其長闊較即勾弦較故以勾弦較為長闊較用帶縱較數開方法算之得長為股也又法以弦與勾股較之較十尺為勾與股弦較之共數與勾弦較九尺相加得



十九尺為弦與股弦較之共數兩數相  
併得二十九尺為一勾一弦二股弦較  
之共數與勾弦較九尺相乘得二百六  
十一尺又以勾弦較九尺自乘得八十  
一尺兩積相減餘一百八十尺折半得  
九十尺為長方積以勾弦較九尺為長  
闊較用帶縱較數開方法算之得長十  
五尺為股與弦與股弦較之共數十九  
尺相加得三十四尺折半得十七尺為



弦內減勾弦較九尺餘八尺為勾也如

圖甲乙丙丁為勾弦較與一勾一弦二

股弦較相乘之長方內甲乙己戊為勾

弦較與勾弦和相乘之一長方與庚辛

壬癸股自乘之一正方積等

見股與勾弦較求勾

弦法 戊己丙丁為勾弦較與股弦較相

乘之二長方與癸子丑寅弦與勾股和

之較自乘之一正方積等此二正方邊

之較即勾弦較

並見勾弦較股弦法

是以

庚卯 辛  
庚卯 辛  
庚卯 辛  
庚卯 辛  
庚卯 辛  
庚卯 辛

庚辛壬癸股自乘之正方形內減去卯  
辛巳辰勾弦較自乘之正方形則餘庚卯  
辰巳壬癸一磬折形而此磬折形內午  
辰子癸之一正方形與癸子丑寅之正方  
形等庚卯辰午之一長方與辰巳壬子  
之長方形等折半即餘庚卯子癸一長  
方形其闊即弦與勾股和之較其長即  
股其長闊較即勾弦較故以勾弦較為  
長闊較用帶縱較數開方法算之得長



為股也

設如有股弦較二尺弦與勾股較之和二十四尺求

勾股弦各幾何

第四十五

法以弦與勾股較之和二十四尺減股

弦較二尺餘二十二尺為股與勾股較

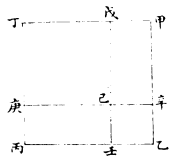
之共數

蓋弦內減股弦較餘即股故於弦與勾股較之和內減股弦較

餘即為股與勾股較之共數也自乘得四百八十四尺

又以弦與勾股較之和二十四尺自乘

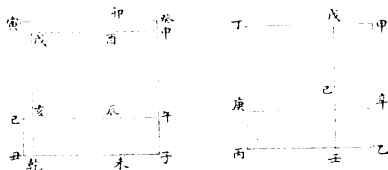
得五百七十六尺兩自乘數相減餘九



十二尺又於股與勾股較之共數自乘  
之四百八十四尺內減兩自乘數相減  
所餘之九十二尺餘三百九十二尺為  
長方積乃以股與勾股較之共數二十  
二尺倍之得四十四尺內減股弦較二  
尺餘四十二尺為長闊和用帶縱和數  
開方法算之得闊十四尺折半得七尺  
為勾股較於弦與勾股較之和二十四  
尺內減勾股較七尺餘十七尺為弦於

寅	戌	卯	酉	癸	申
巳	亥	辰	戌	壬	子
午	丑	未	辰	辛	午
未	寅	申	酉	庚	子
申	卯	酉	辰	己	午
酉	辰	戌	巳	戊	子
戌	巳	亥	午	丁	午
亥	寅	申	卯	丙	子
子	卯	酉	辰	乙	午
丑	辰	戌	巳	甲	子
寅	巳	亥	午	癸	午
卯	午	子	未	壬	子
辰	未	丑	寅	辛	午
巳	申	卯	辰	庚	子
午	酉	辰	巳	己	午
未	戌	巳	亥	戊	子
申	亥	午	丑	丁	午
酉	子	未	寅	丙	子
戌	丑	寅	卯	乙	午
亥	寅	卯	辰	甲	子

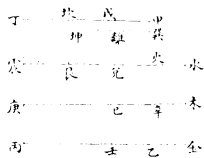
弦內減股弦較二尺餘十五尺為股於  
 股內減勾股較七尺餘八尺為勾也如  
 圖甲乙丙丁為股與勾股較相和自乘  
 之一大正方內戊己庚丁為股自乘之  
 一正方辛乙壬己為勾股較自乘之一  
 正方甲辛己戊與己壬丙庚為勾股較  
 與股相乘之二長方又癸子丑寅為弦  
 與勾股較相和自乘之一大正方內卯  
 辰己寅為弦自乘之一正方午子未辰



為勾股較自乘之一正方形即如前圖之  
辛乙壬巳然癸午辰卯與辰未丑巳為  
勾股較與弦相乘之二長方兩自乘方  
相減則於癸子丑寅正方形內減去與  
甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正  
方形所餘卯酉戌亥巳寅磬折形為弦  
自乘方內減去股自乘方所餘之勾自  
乘之方積其癸申酉卯與亥乾丑巳為  
勾股較與股弦較相乘之二長方今以

丁	坎	戊	田	水
	坤	離	火	木
震	艮	兌	辛	木
庚		己	乙	金
丙		壬	乙	金

此餘積再於甲乙丙丁正方形內減之  
 則減去坎艮震丁勾自乘之一正方形其  
 積與卯酉戌亥巳寅磬折形等又甲巽  
 離戊與戊離坤坎二長方即如癸申酉  
 卯亥乾丑巳二長方然所餘兌己庚震  
 與己壬丙庚為股與勾股較相乘之二  
 長方火辛己兌與辛乙壬己為勾股較  
 自乘之二正方形巽火兌離與離兌艮坤  
 為勾與股弦較之較與勾股較相乘之



二長方試將巽火兌離離兌艮坤二長  
 方移為水木辛火木金乙辛則成水金  
 丙震一大長方形其闊即二勾股較其  
 長即二股內少一股弦較其長闊和為  
 二勾股較二股少一股弦較故以股與  
 勾股較之共數倍之得二股二勾股較  
 內減去一股弦較為長闊和用帶縱和  
 數開方法算之得闊為二勾股較折半  
 得勾股較也

又法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺餘二十二尺為股與勾股較之共數自乘得四百八十四尺又以弦與勾股較之和二十四尺與股與勾股較之共數二十二尺相加得四十六尺為一股一弦二勾股較之共數以股弦較二尺乘之得九十二尺兩數相減餘三百九十二尺為長方積乃以股與勾股較之共數二十二尺倍之得四十

庚	辛	壬	癸	甲	乙	丙	丁
庚	辛	壬	癸	甲	乙	丙	丁
庚	辛	壬	癸	甲	乙	丙	丁

四尺內減股弦較二尺餘四十二尺為長闊和用帶縱和數開方法算之得闊十四尺折半得七尺為勾股較於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺餘十七尺為弦於弦內減股弦較二尺餘十五尺為股於股內減勾股較七尺餘八尺為勾也如圖甲乙丙丁為股與勾股較相和自乘之一大正方亦即一勾二勾股較之共數自乘之正方也



於子

卯辰

寅

蓋圖以甲辛為股辛乙為勾股較若以甲申為勾則申辛亦勾股較故為一勾較也

內已午未丁為勾自乘之一正

方申辛巳酉酉己戌午辛乙壬己己壬

亥戌為勾股較自乘之四正方甲申酉

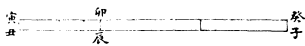
戌戌酉午己午戌庚未戌亥丙庚為勾

股較與勾相乘之四長方又癸子丑寅

為股弦較與一股一弦二勾股較相乘

之一長方內癸子辰卯為股弦較與股

弦和相乘之一長方與勾自乘之一正



方等

見勾與股弦較求股弦法中

卯辰丑寅為股弦

較與二勾股較相乘之二長方今以兩

積相減則於甲乙丙丁正方形內減去

與癸子辰卯相等之己午未丁之勾自

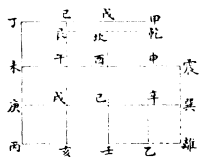
乘之一正方又減去與卯辰丑寅相等

之甲乾坎戊戌坎艮己之股弦較與二

勾股較相乘之二長方所餘酉己庚未

與己壬丙庚為股與勾股較相乘之二

長方申辛己酉與辛乙壬己為勾股較



自乘之二正方乾申酉坎坎酉午艮為

勾與股弦較之較與勾股較相乘之二

長方試將乾申酉坎坎酉午艮二長方

移為震巽辛申巽離乙辛則成震離丙

未一大長方形其闊即二勾股較其長

即二股內少一股弦較其長闊和為二

勾股較二股內少一股弦較故以股與

勾股較之共數倍之得二股二勾股較

內減去一股弦較為長闊和用帶縱和

數開方法算之得闊為二勾股較折半  
得勾股較也

勾股積與勾股弦和較相求法

設如有勾股積一百二十尺勾十尺求股弦各幾何

法以勾股積一百二十尺倍之得二百四十尺以勾十尺除之得二十四尺為股勾股求弦得弦二十六尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其闊即勾其長即股故以勾除倍積而得股也



設如有勾股積六十尺股十五尺求勾弦各幾何



設如有勾股積三十尺弦十三尺求勾股各幾何

法以勾股積六十尺倍之得一百二十

尺以股十五尺除之得八尺為勾勾股

求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形

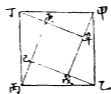
積倍之成甲乙丙丁長方形積其長即

股其闊即勾故以股除倍積而得勾也

法以勾股積三十尺四因之得一百二

十尺又以弦十三尺自乘得一百六十

九尺相減餘四十九尺開方得七尺為



勾股較乃以勾股積倍之為長方積以  
 勾股較為長闊較用帶縱較數開方法  
 算之得闊五尺為勾得長十二尺為股  
 如圖甲乙丙丁為弦自乘之方內容甲  
 戊乙乙己丙丙庚丁丁辛甲四勾股積  
 戊己庚辛一勾股較自乘方積故於弦  
 自乘方內減四勾股積即餘勾股較自  
 乘之方而開方得勾股較也

設如有勾股積六十尺勾股較七尺求勾股弦各幾

何



法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以勾股較七尺為長闊較用帶縱較數開方法算之得闊八尺為勾加勾股較七尺得十五尺為股勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其闊即勾其長即股其長闊較即勾股較故用帶縱較數開方法算之得闊為勾也又如勾股

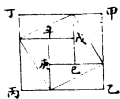


積幾何知勾弦較或股弦較求勾股弦  
法中用帶縱立方算之始得茲故不設  
設在帶縱立方之後

設如有勾股積六十尺勾股和二十三尺求勾股弦  
各幾何



法以勾股積六十尺八因之得四百八  
十尺又以勾股和二十三尺自乘得五  
百二十九尺兩數相減餘四十九尺開  
方得七尺為勾股較於勾股和二十三

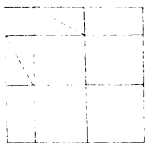


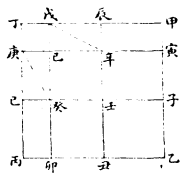
尺內減勾股較七尺餘十六尺折半得  
八尺為勾加勾股較七尺得十五尺為  
股勾股求弦得弦十七尺如圖甲乙丙  
丁為勾股和自乘之方內容八勾股積  
一勾股較自乘方積今於勾股和自乘  
之方內減八勾股積所餘戊己庚辛正  
方即勾股較自乘之方故開方而得勾  
股較也又如有勾股積幾何知勾弦和  
或股弦和求勾股弦法中用帶縱立方

算之始得茲故不設設在帶縱立方之  
後

設如有勾股積六十尺勾股弦總和四十尺求勾股  
弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四  
十尺又以勾股弦總和四十尺自乘得  
一千六百尺兩數相減餘一千三百六  
十尺折半得六百八十尺以勾股弦總  
和四十尺除之得十七尺為弦於勾股





弦總和四十尺內減弦十七尺餘二十

三尺為勾股和用有弦有勾股和求勾

股法算之得勾八尺股十五尺如圖甲

乙丙丁為勾股弦總和自乘之一大正

方內戊己庚丁為勾自乘之一正方形辛

壬癸己為股自乘之一正方形子乙丑壬

為弦自乘之一正方形寅子壬辛與壬丑

卯癸為股弦相乘之二長方甲寅辛辰

與癸卯丙己為勾弦相乘之二長方辰



辛巳戌與巳癸巳庚為勾股相乘之二  
 長方夫勾股相乘之二長方與四勾股  
 積等今於勾股弦總和自乘之一大正  
 方內減去四勾股積即減去勾股相乘  
 之二長方而勾自乘之一正方形與股自  
 乘之一正方形相併又與弦自乘之一正  
 方等故所餘者為弦自乘之二正方形股  
 弦相乘之二長方勾弦相乘之二長方  
 折半即得弦自乘之一正方形股弦相乘



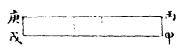
之一長方勾弦相乘之一長方與甲乙  
丑辰長方形等其闊即弦其長即勾股  
弦總和故以勾股弦總和除之而得弦  
也

設如有勾股積六十尺弦與勾股和之較六尺求勾  
股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四  
十尺以弦與勾股和之較六尺除之得  
四十尺為勾股弦總數內減弦與勾股



和之較六尺餘三十四尺折半得十七尺為弦加弦與勾股和之較六尺得二十三尺為勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之得股十五尺勾八尺如圖甲乙為勾股和丙乙為弦甲丙為弦與勾股和之較試依甲乙線作甲丁戊乙勾股和自乘之一正方又以丙乙線作丙己庚乙弦自乘之一正方二方相較其甲丁戊庚己丙磬折形乃與四勾股

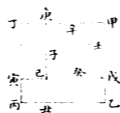


積相等蓋勾股和自乘方內容八勾股積一勾股較自乘方積弦自乘  
 方內容四勾股積一勾股較自乘方積  
 二方相減所餘磬折形積與四勾股積  
 相引而長之即如丙甲戊庚一長方形  
 其闊即弦與勾股和之較其長即弦與  
 勾股和之和故以弦與勾股和之較除  
 之得勾股弦總數也

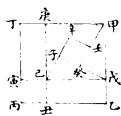
設如有勾股積六十尺弦與勾股較之和二十四尺  
 求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四





十尺又以弦與勾股較之和二十四尺  
 自乘得五百七十六尺兩數相減餘三  
 百三十六尺折半得一百六十八尺用  
 弦與勾股較之和二十四尺除之得七  
 尺為勾股較於弦與勾股較之和二十  
 四尺內減勾股較七尺餘十七尺為弦  
 用有弦有勾股較求勾股法算之得勾  
 八尺股十五尺如圖甲乙丙丁為弦與  
 勾股較之和自乘之一正方甲戊己庚



為弦自乘之一正方而弦自乘之方內  
容四勾股積一勾股較自乘方積今減  
去四勾股積餘辛壬癸子為勾股較自  
乘之一正方而已丑丙寅亦為勾股較  
自乘之一正方再戊乙丑巳與庚己寅  
丁又為勾股較與弦相乘之二長方折  
半則餘戊乙丑巳一長方己丑丙寅一  
正方其戊寅長即弦與勾股較之和其  
戊乙闊即勾股較故以弦與勾股較之

和除之而得勾股較也

設如有勾股積六十尺弦與勾股較之較十尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以弦與勾股較之較十尺自乘得一百尺兩數相減餘一百四十尺折半得七十尺以弦與勾股較之較十尺除之得七尺為勾股較與弦與勾股較之較十尺相加得十七尺為弦用有弦



有勾股較求勾股法算之得勾八尺股十五尺如圖甲乙丙丁為弦自乘之一大正方內丁戊己庚為勾股較自乘之一正方辛乙壬己為弦與勾股較之較自乘之一正方甲辛己戊與己壬丙庚為勾股較與弦與勾股較之較相乘之一長方蓋弦自乘方內容四勾股積一勾股較自乘方積今丁戊己庚既為勾股較自乘之方若於甲乙丙丁弦自乘



方內減之則所餘甲乙丙庚己戊磬折  
 形即與四勾股積相等又於四勾股積  
 相等之甲乙丙庚己戊磬折形內減辛  
 乙壬己弦與勾股較之較自乘之方則  
 尚餘甲辛己戊己壬丙庚二長方折半  
 則得己壬丙庚一長方其己壬長即弦  
 與勾股較之較其己庚闊即勾股較故  
 以弦與勾股較之較除之而得勾股較  
 也

欽定四庫全書

卷十三

行書 卷十三

正勾股比例

設如有正勾股知勾十二尺求股與弦各幾何

法以正勾股定分之勾三分為一率股

四分為二率今所設之勾一十二尺為

三率推得四率十六尺為股仍以勾三

分為一率弦五分為二率今所設之勾

十二尺為三率推得四率二十尺為弦

也蓋大小兩同式形其相當各界互相

比之比例俱為相當比例四率

見幾何原本八



一率 三分  
二率 四分  
三率 十二尺  
四率 十六尺

一率三分  
二率五分  
三率十二尺  
四率二十尺



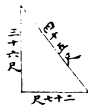
卷第  
三節  
故正勾股定分之勾三與股四之  
比即同於今所設之勾十二與股十六  
之比又正勾股定分之勾三與弦五之  
比亦同於今所設之勾十二與弦二十  
之比也

又捷法以勾十二尺用正勾股定分之  
勾三分除之得四尺即知今所設之勾  
股形為加四倍之比例乃以正勾股定  
分之股四分弦五分各加四倍即得所



求之股弦之各數矣

設如有正勾股知勾股和六十三尺求勾股弦各幾何



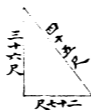
一率七分

二率三分

三率六十三尺

四率二十七尺

法以正勾股定分之勾三分股四分相併得七分為一率勾三分為二率今所設之勾股和六十三尺為三率推得四率二十七尺為勾若以股四分為二率即得四率三十六尺為股若以弦五分為二率即得四率四十五尺為弦也蓋



正勾股定分之勾股和七尺與勾三股四弦五各相為比即同於今所設之勾股和六十三尺與勾二十七尺股三十六尺弦四十五尺各相比之比例也又捷法以勾股和六十三尺用正勾股定分之勾三股四相和之七分除之得九尺即知今所設之勾股形為加九倍之比例乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加九倍即得所求之各數也

設如有正勾股知勾股弦總和六十尺求勾股弦各幾何



一率十二分  
二率三分  
三率六十尺  
四率十五尺

法以正勾股定分之勾三分股四分弦五分相併共得十二分為一率勾三分為二率今所設之勾股弦總和六十尺為三率推得四率十五尺為勾若以股四分為二率即得四率二十尺為股若以弦五分為二率即得四率二十五尺為弦也



又捷法以勾股弦總和六十尺用正勾股定分之勾三股四弦五相併之十二分除之得五尺即知今所設之勾股形為加五倍之比例乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加五倍即得所求之各數也

設如有正勾股勾九尺股十二尺求內容方邊幾何法以股十二尺七歸三因得五尺一寸四分二釐八豪有餘或以勾九尺七歸



四因亦得五尺一寸四分二釐八豪有餘為內容方邊也蓋勾三分股四分者則以勾股和七分為一率勾三分為二率股四分為三率推得四率為內容方邊是內容方邊得股七分之三得勾七分之四也今九尺與十二尺之比仍同於三分與四分之比故以其分數相求得內容方邊仍為比例四率也

設如有正勾股勾九尺股十二尺求內容圓徑幾何



法以股十二尺折半得六尺或以勾九

尺取其三分之二亦得六尺即為內容

圓徑也蓋勾三分股四分弦五分者則

於勾股和七分內減弦五分餘二分為

內容圓徑

見勾股容  
圓第二法

是內容圓徑得股

四分之二得勾三分之二也今九尺與

十二尺之比同於三分與四分之比故

十二尺與六尺之比仍同於四與二之

比而九尺與六尺之比亦仍同於三與

二之比也

設如有正勾股知勾股和二十一尺求內容方邊幾何



法以正勾股定分比例得勾九尺股十二尺以勾九尺七歸四因或以股十二尺七歸三因得五尺一寸四分二釐八豪有餘即內容方邊也蓋內容方邊得勾七分之四得股七分之三見前法故必先比例得勾數或股數復比例得內容

方邊也

設如有正勾股知勾股和二十一尺求內容圍徑幾何

一率七分  
二率二分  
三率二十一尺  
四率六尺

法以正勾股定分之勾三分股四分相加之七分為一率內容圍徑二分為二率今所設之勾股和二十一尺為三率推得四率六尺即內容圍徑也蓋勾三分股四分弦五分者其內容圍徑為二分法見前故勾股和之七分與內容圍徑





二分之比即同於今所設之勾股和之  
 二十一尺與內容圓徑六尺之比也總  
 之正勾股形知一數即得所求之各數  
 要先以勾三股四弦五求得所知之定  
 分及所求之定分如勾股較則以勾三  
分與股四分相減餘  
 一分又如弦與勾股較之和則以勾股  
 較一分與弦五分相加得六分之類  
 乃以所知之定分與所求之定分之比  
 即同於今所知之數與今所求之數之  
 比也

設如有正勾股面積九十六尺求勾股弦各幾何

法以正勾股定分之面積六分為一率  
勾三分自乘得九分為二率今所設之  
勾股積九十六尺為三率推得四率一  
百四十四尺為勾自乘之方開方得十  
二尺為勾如以正勾股定分之股四分  
自乘為二率則得今所設之股自乘之  
方如以正勾股定分之弦五分自乘為  
二率則得今所設之弦自乘之方各開

一率 六分

二率 九分

三率 九十六尺

四率 一百四十四尺



方而即得各數矣或得勾而以正勾股定分之勾股弦各比例之亦可蓋同式兩勾股形其面積互相為比即同於勾股形各相當界所作正方形互相為比

見幾何原本八卷第四節故以正勾股定分之面積

六尺與勾股弦各方之比即同於今所設之面積九十六尺與勾股弦各方之比也

又捷法以面積九十六尺用正勾股定

分之面積六尺除之得十六尺開方得

四尺即知今所設之勾股弦為各加四

倍之比例乃以正勾股定分之各數各

加四倍即得各數蓋兩直角方面形其

兩方面之比例比之兩界之比例為連

比例隔一位相加之比例

見幾何原本七卷第五節

今勾股為長方之半正方與正方為比  
長方與長方為比其比例相同並見第

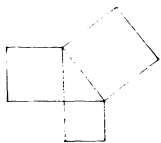
六節故積大十六倍者界必大四倍既知

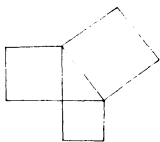
其大四倍則以正勾股之定分各加四

倍即得矣

設如有正勾股知勾自乘股自乘弦自乘共積四百五十尺求勾股弦各幾何

法以共積四百五十尺折半得二百二十五尺為弦自乘方積開方得一十五尺為弦既得弦則以勾股弦之定分比例之得九尺為勾得十二尺為股也如用面積為比例則以弦五分自乘之二十五分為一率勾三分自乘之九分為



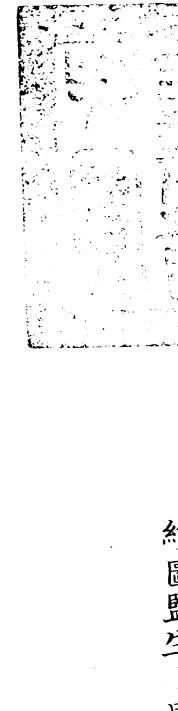


二率今所得之弦自乘方二百二十五尺為三率求得四率八十一尺為勾自乘方積開方得九尺為勾若以股四分自乘之十六分為二率則得四率一百四十四尺為股自乘方積開方得十二尺為股也蓋弦自乘之一方既與勾自乘股自乘之二方等則勾自乘股自乘弦自乘之三方必與弦自乘之二方等故折半即得弦自乘之一方而開方得

弦也

御製數理精蘊下編卷十三





總校官庶吉士臣張能照  
校對官中官正臣郭長發

謄錄監生臣王淦

繪圖監生臣周濬

欽定四庫全書會要

子部

御製數理精蘊下編卷十四

五

詳校官主事<sub>臣</sub>陳本

欽定四庫全書蒼要卷一萬八百三十七

子部

御製數理精蘊下編卷十四

面部四

三角形



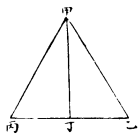


# 三角形

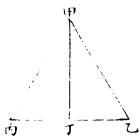
凡三角形立於圓界之一半者為直角即勾股過圓界之一半者為銳角不及圓界之一半者為鈍角然不拘銳角鈍角自一角至底邊作垂線即分為兩直角是仍不離乎勾股也兩腰等者垂線即當底之一半而兩腰不等者所分底界則有大小不同故和較相比之法因之而生蓋和求較較求和要必歸於勾股相求之理由勾股而得垂線則凡面積及內容方圓等形皆無不可得至於三角形角度相求之法乃

割圓八線實所以極三角之用即如周髀所謂仰矩知高俯矩知深是也故另為一卷茲但取三角形之面線相求諸法悉具圖解以次勾股使與勾股相表裏焉

設如有等邊三角形每邊十尺求中垂線幾何



法以底邊十尺折半得五尺為勾任以兩腰之一邊十尺為弦勾弦求股得八尺六寸六分零二毫有餘即為中垂線也如圖甲乙丙三角形其甲乙甲丙兩



腰相等則其底邊之乙丙兩角度亦必相等

見幾何原本二卷第九節今所求之垂線為甲丁即將甲乙丙三角形平分為兩直角三角形而甲丁乙甲丁丙皆為直角其度又等故所分之兩直角三角形為同式形而甲丁垂線又為兩三角形所共用之邊線則所分之底邊之乙丁丁丙為得不等故將乙丙底邊折半為勾任以甲乙甲丙兩邊之一邊為弦求得股

為中垂線也



又法以底邊十尺折半得五尺自乘得二十五尺三因之得七十五尺開方得八尺六寸六分零二毫有餘即為中垂線也蓋弦比勾大一倍則弦之自乘之方必比勾之自乘之方大四倍為連比例隔一位相加之比例見幾何原本第七卷第五節依勾弦求股之法於弦自乘方積之四倍內減勾自乘方積之一倍餘三倍即為





股自乘之方積是中垂線之自乘方積  
為勾自乘方積之三倍故將底邊折半  
自乘三因之即與中垂線自乘之方積  
等而開方得中垂線也

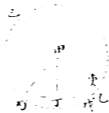
設如有銳角三角形大腰一百二十二尺小腰一百  
一十二尺底一百五十尺求中垂線幾何



法以底一百五十尺為一率大腰一百  
二十二尺與小腰一百一十二尺相加  
得二百三十四尺為二率以大腰一百



二十二尺與小腰一百一十二尺相減  
餘十尺爲三率求得四率十五尺六寸  
爲底邊之較與底一百五十尺相減餘  
一百三十四尺四寸折半得六十七尺  
二寸爲勾以小腰一百一十二尺爲弦  
求得股八十九尺六寸爲中垂線也如  
圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲  
小腰乙丙爲底甲丁爲所求中垂線試  
以甲爲心丙爲界作一圓截甲乙大腰



於庚截乙丙底於戊又將甲乙大腰引

長至己作甲己線與甲丙小腰相等則

己乙為兩腰之和庚乙為兩腰之較蓋中

庚與中丙等故庚乙為兩腰之較乙丙為底邊之和乙

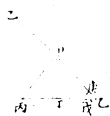
戊為底邊之較蓋丁丙與丁戊等故今

以乙丙底邊之和與乙己兩腰之和為

比即同於乙庚兩腰之較與乙戊底邊

之較為比為轉比例之四率幾何原本

節自園外一點至園內所作之兩線此  
兩全線之比例同於園外兩段轉相比



之比故乙丙為一率乙巳為二率乙庚  
例為三率求得四率為乙戊既得乙戊則  
於乙丙底邊內減去乙戊餘戊丙折半  
得丁丙為勾甲丙為弦求得股為甲丁  
中垂線也

又法以大腰一百二十二尺自乘得一  
萬四千八百八十四尺又以小腰一百  
一十二尺自乘得一萬二千五百四十  
四尺兩自乘數相減餘二千三百四十



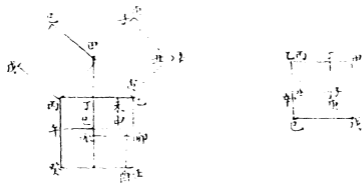
尺以底邊一百五十尺除之得十五尺  
六寸為底邊之較與底邊一百五十尺  
相減餘一百三十四尺四寸折半得六  
十七尺二寸為勾以小腰一百一十二  
尺為弦求得股八十九尺六寸為中垂  
線也如圖甲乙丙三角形試自甲角作  
甲丁垂線則分為甲丁乙甲丁丙兩勾  
股形甲乙甲丙皆為弦乙丁丁丙皆為  
勾共以甲丁為股乙丙為兩勾之和乙



戊為兩勾之較今以甲乙弦自乘則成  
甲戊己乙一正方形內丁庚辛乙為乙  
丁勾自乘之一正方形於甲戊己乙正  
方形內減去丁庚辛乙正方形所餘甲  
戊己辛庚丁磬折形積即與甲丁股自  
乘之一正方形等又以甲丙弦自乘則  
成甲壬癸丙一正方形內丁子丑丙為  
丁丙勾自乘之一正方形於甲壬癸丙  
正方形內減去丁子丑丙正方形所餘

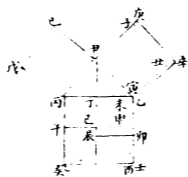


甲壬癸丑子丁磬折形積亦與甲丁戊  
 自乘之一正方形等是則前圖之甲戊  
 己辛庚丁磬折形與後圖之甲壬癸丑  
 子丁磬折形相等矣若兩自乘之數相  
 減則如甲戊己乙正方形內減去與甲  
 壬癸丑子丁磬折形相等之甲戊己辛  
 庚丁磬折形又減去丁子丑丙一小正  
 方形所餘為子庚辛乙丙丑一小磬折  
 形引而長之成一長方形其長即乙丁



與丁丙之和其闊即乙丁與丁丙之較  
 故以乙丁與丁丙之和除子庚辛乙丙  
 丑磬折形之積而得乙丁與丁丙之較  
 也又圖甲乙丙三角形作甲丁垂線分  
 為兩勾股形共以甲丁垂線為股故甲  
 乙弦自乘方內有甲丁股自乘一方乙  
 丁勾自乘一方而甲丙弦自乘方內有  
 甲丁股自乘一方丁丙勾自乘一方今  
 兩勾股形之股既同則兩弦方相減所





餘之數即兩勾方相減所餘之數故甲

丁乙勾股形之甲乙弦自乘方內減甲

丁丙勾股形之甲丙弦自乘方所餘庚

辛乙寅丑子磬折形即與甲丁乙勾股

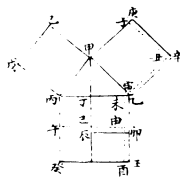
形之丁乙勾自乘方內減甲丁丙勾股

形之丁丙勾自乘方所餘乙卯辰巳申

未磬折形相等若將乙卯辰巳申未磬

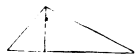
折形引而長之遂成乙壬酉未長方形

其長即乙丁丁丙兩勾之和其濶即乙

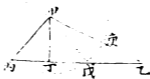


丁丁丙兩勾之較其積即乙丁丁丙兩  
 勾方相減之餘亦即甲乙甲丙兩弦方  
 相減之餘是以兩弦自乘相減之餘積  
 以兩勾之和除之而得兩勾之較也

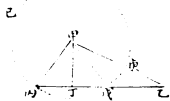
設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十  
 一尺求中垂線幾何



法以底二十一尺為一率以大腰十七  
 尺與小腰十尺相加得二十七尺為二  
 率以大腰十七尺與小腰十尺相減餘



七尺為三率求得四率九尺為底邊之  
 較與底二十一尺相減餘十二尺折半  
 得六尺為勾以小腰十尺為弦求得股  
 八尺為中垂線也如圖甲乙丙三角形  
 甲乙為大腰甲丙為小腰乙丙為底甲  
 丁為所求中垂線試以甲為心丙為界  
 作一圓截甲乙大腰於庚截乙丙底邊  
 於戊又將甲乙大腰引長至己作甲己  
 線與甲丙小腰等則己乙為兩腰之和



庚乙爲兩腰之較乙丙爲底邊之和乙  
戊爲底邊之較其乙丙與乙己之比即  
同於庚乙與乙戊之比爲轉比例四率  
也

又法以大腰十七尺自乘得二百八十  
九尺又以小腰十尺自乘得一百尺兩  
自乘數相減餘一百八十九尺以底二  
十一尺除之得九尺爲底邊之較與底  
二十一尺相減餘十二尺折半得六尺

爲勾以小腰十尺爲弦求得股八尺爲  
中垂線也圖解同前

設如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七  
尺底十尺求形外垂線幾何



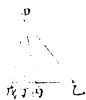
法以底十尺爲一率大腰二十一尺與  
小腰十七尺相減餘四尺爲二率大腰  
二十一尺與小腰十七尺相加得三十  
八尺爲三率求得四率十五尺二寸爲  
底與形外垂線兩邊連底之總內減去



底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸  
爲勾以小腰十七尺爲弦求得股十六  
尺八寸爲形外垂線也如圖甲乙丙三  
角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲  
底甲丁爲所求形外垂線試以甲爲心  
丙爲界作一圓截甲乙大腰於庚又將  
甲乙大腰引長至巳作甲巳線與甲丙  
小腰相等復將乙丙底引長至戊作乙  
戊線則成甲乙戊三角形其乙丙爲底



邊之較乙戊為底邊之和乙庚為兩腰  
 之較乙己為兩腰之和自圓外至圓內  
 所作兩線之比例既同於圓外兩段轉  
 相比之比例則圓外兩段之比例亦必  
 同於兩全線轉相比之比例故乙丙與  
 乙庚之比即同於乙己與乙戊之比為  
 比例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊  
 折半得丙丁為勾甲丙為弦求得股即  
 甲丁垂線也



又法以大腰二十一尺自乘得四百四  
十一尺又以小腰十七尺自乘得二百  
八十九尺兩自乘數相減餘一百五十  
二尺以底十尺除之得十五尺二寸為  
底與形外垂線兩邊連底之總內減底  
十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸為  
勾以小腰十七尺為弦求得股十六尺  
八寸為形外垂線也如圖甲乙丙三角  
形將乙丙底引長至戊自甲作垂線至

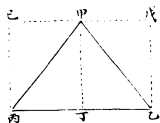




丁則丁戊與丁丙等又自甲至戊作甲  
 戊線與甲丙小腰等則成甲丁乙甲丁  
 戊兩勾股形甲乙甲戊皆為弦乙丁丁  
 戊皆為勾共以甲丁為股而乙丙為兩  
 勾之較乙戊為兩勾之和前法以和求  
 較此法以較求和其理一也圖解並同  
 前

設如有銳角三角形兩腰俱五尺底六尺求面積幾

何



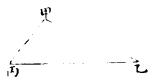
法先以底六尺折半得三尺爲勾任以  
兩腰之一邊五尺爲弦求得股四尺爲  
中垂線與底六尺相乘得二十四尺折  
半得一十二尺爲三角形面積也如圖甲  
乙丙三角形以乙丙底邊與甲丁中垂  
線相乘成戊乙丙巳長方形積比三角  
形積正大一倍故折半得三角形積也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十  
一尺求面積幾何

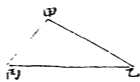


法先用求中垂線法求得中垂線八尺  
 與底二十一尺相乘得一百六十八尺  
 折半得八十四尺為三角面積也如圖  
 甲乙丙三角形先求甲丁垂線既得甲  
 丁垂線乃與乙丙底邊相乘成戊乙丙  
 已長方形比三角形積正大一倍故折  
 半得三角積也

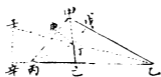
又法以甲乙邊十七尺乙丙邊二十一  
 尺甲丙邊十尺三數相加得四十八尺



為三邊之總折半得二十四尺為半總  
以甲乙邊十七尺與半總二十四尺相  
減餘七尺為甲乙邊與半總之較以乙  
丙邊二十一尺與半總二十四尺相減  
餘三尺為乙丙邊與半總之較以甲丙  
邊十尺與半總二十四尺相減餘十四  
尺為甲丙邊與半總之較乃以半總二  
十四尺為一率甲丙邊與半總之較十  
四尺為二率乙丙邊與半總之較三尺



與甲乙邊與半總之較七尺相乘得二十一尺爲三率求得四率十二尺二十五寸開方得三尺五寸爲三角形自中心至三邊之垂線與三邊之總四十八尺相乘得一百六十八尺折半得八十四尺即三角形之面積或以所得垂線三尺五寸與半總二十四尺相乘亦得八十四尺爲三角形之面積也此法蓋一率二率以線與線爲比三率四率以



面與面為比也如甲乙丙三角形自中

心丁至三邊各作一垂線又自中心丁

至三角各作一分角線即成六直角三

角形俱兩兩相等 丁己丙與丁庚丙等  
丁己乙與丁戊乙等

丁戊甲與 丁庚甲等 又按甲戊度引乙丙線至辛

則乙辛為三邊之半總即三較之和 乙己

與乙戊等即甲丙邊與半總之較 乙己丙

與丙庚等即甲乙邊與半總之較 丙辛

與甲戊甲庚等即乙丙邊與半總之較 乙 試自辛作直角將  
乙丁線引長作一乙辛壬直角形則壬



辛與丁已平行乙辛壬形與乙已丁形

遂為同式形其乙辛與乙已之比即同

於壬辛與丁已之比然乙辛一率乙已

二率之數雖有而壬辛之數却無又但

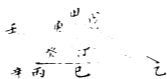
知已丙與丙辛相乘之數即丁已與壬

辛相乘之數故以已丙與丙辛相乘之

數為三率何以知已丙與丙辛相乘之數即丁已與壬辛相乘之數

試作壬丙線壬癸線使丙癸與丙辛等

癸角辛角皆為直角癸丙辛角與辛壬角為癸丙辛角之外角相合亦共成一



百八十度是庚丙己角與辛壬癸角等  
 庚丁己角與癸丙辛角等是以壬癸丙

辛形與丙庚丁己形為同式形而丙辛  
 壬勾股形與丁己丙勾股形亦為同式

形可互相比例矣以丁己作一率己丙  
 作二率丙辛作三率即得四率壬辛是

以己丙二率與丙辛三率相乘之數即  
 與丁己一率與壬辛四率相乘之數等

故直以己丙兩辛相  
 乘之數作三率也 其所得四率即丁

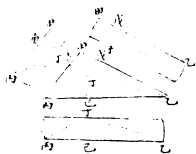
己自乘之數是故乙辛與乙己之比同

於丁己與壬辛相乘之面  
即己丙與丙辛相乘之面

與丁己自乘之面之比也既得丁己自

乘之面故開方而得丁己為三角形自

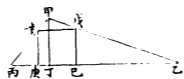




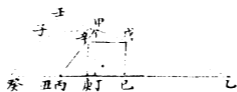
中心至三邊之垂線與丁戊丁庚俱相  
 等又即三角形容圍之半徑也既得自  
 中心至三邊之垂線則用垂線與三邊  
 之總相乘所得一長方積即如用垂線與三邊各相  
乘所得三長方積與三邊各相  
積合為一長方比三角形積大一倍故  
 折半而得三角形之面積如以垂線與  
 半總相乘即與三角形積等而不用折  
 半矣

設如有鈍角三角形大腰三十七尺小腰十五尺底

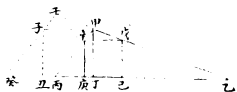
四十四尺求內容正方邊幾何



法先用求中垂線法求得中垂線十二尺與底邊四十四尺相加得五十六尺爲一率中垂線十二尺爲二率底邊四十四尺爲三率推得四率九尺四寸二分八釐五毫有餘即三角形內所容正方之一邊也如圖甲乙丙三角形甲乙爲大腰甲丙爲小腰乙丙爲底甲丁爲所得中垂線戊己庚辛爲今所求內容



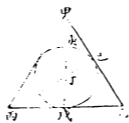
正方形試依甲丁中垂線度將乙丙線  
 引長作乙癸線為五十六尺又與甲丙  
 線平行作壬癸線又將甲乙線引長作  
 壬乙線則成與甲乙丙同式之壬乙癸  
 三角形復與底線平行作甲子線與丙  
 癸等即與甲丁垂線等又與甲丁平行  
 作子丑線與甲丁等則甲丁垂線所作  
 甲丁丑子正方形即為壬乙癸三角形  
 內所容之正方形矣故壬乙癸三角形



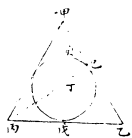
設如等邊三角形每邊一尺二寸求內容圓徑幾何

之乙癸底與甲丁方邊之比即同於甲  
乙丙三角形之乙丙底與戊己方邊之  
比故中垂線與底邊相加為一率中垂  
線為二率底邊為三率推得四率為內  
容正方之一邊也

法先用求中垂線法求得中垂線一尺  
零三分九釐二毫有餘以三歸之得三  
寸四分六釐四毫有餘即內容圓形半



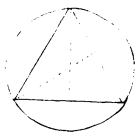
徑倍之得六寸九分二釐八毫有餘即  
 內容圓形全徑也如圖甲乙丙三角形  
 內容丁圓形先求得甲戊中垂線又自  
 丙角至甲乙線界作丙己垂線與甲戊  
 中垂線相交於丁即三角形之中心亦  
 即內容圓形之中心故丁戊與丁己即  
 內容圓形之半徑又甲戊乙甲己丁兩  
 勾股形為同式形甲乙為乙戊之二倍  
 則甲丁亦必為丁己或丁戊之二倍丁

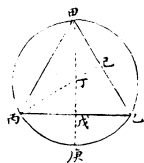


設如等邊三角形每邊一尺二寸求外切圓徑幾何

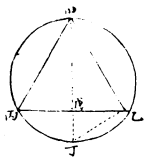
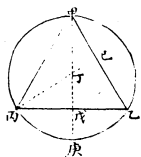
戊既為內容圓形之半徑則甲丁即為內容圓形之全徑而甲戊中垂線必為丁戊半徑之三倍矣故求得甲戊中垂線以三歸之得丁戊即內容圓形之半徑倍之得庚戊即內容圓形之全徑也

法先用求中垂線法求得中垂線一尺零三分九釐二毫有餘三歸四因得一尺三寸八分五釐六毫有餘即外切圓





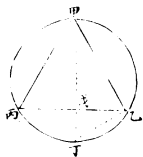
形全徑也如圖甲乙丙三角形外切丁  
 圓形先求得甲戊中垂線又自丙角至  
 甲乙線界作丙己垂線與甲戊中垂線  
 相交於丁即三角形之中心亦即外切  
 圓形之中心故甲丁與丙丁即外切圓  
 形之半徑又甲戊乙甲己丁兩勾股形  
 為同式形甲乙為乙戊之二倍則甲下  
 亦必為丁己或丁戊之二倍甲丁既為  
 外切圓形之半徑則為甲戊中垂線之



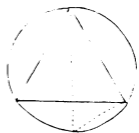
三分之二而甲戊中垂線却為甲庚全  
徑之四分之三矣故求得甲戊中垂線  
三歸四因得甲庚即外切圓形之全徑  
也

又法以每邊一尺二寸自乘三歸四因  
開方得一尺三寸八分五釐六毫有餘  
即外切圓形全徑也如圖甲乙丙三角  
形外切甲乙丁丙圓形試自甲角作甲  
戊中乘線又引長作甲丁全徑線復自





丁至乙作丁乙線遂成甲乙丁甲戊乙  
 兩勾股形為同式形甲乙既為乙戊之  
 二倍則甲丁亦必為乙丁之二倍故甲  
 丁自乘方積比乙丁自乘方積大四倍  
 若依勾弦求股之法言之則甲丁弦自  
 乘方積內減乙丁勾自乘方積所餘為  
 甲乙股自乘之方積今甲丁弦自乘方  
 積既為乙丁勾自乘方積之四倍則是  
 甲乙每邊自乘方積為甲丁全徑自乘

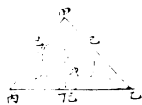


方積之四分之三矣故以一邊自乘三歸四因即與全徑自乘之方積等而開方得外切圓形之全徑也

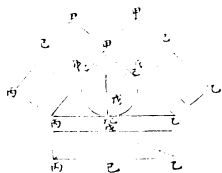
設如有銳角三角形大腰三百三十八尺小腰三百尺底四百一十八尺求內容圓徑幾何



法先用求中垂線法求得中垂線二百四十尺與底四百一十八尺相乘得一十萬零三百二十尺以大腰三百三十八尺小腰三百尺底四百一十八尺三



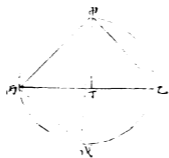
數相加得一千零五十六尺除之得九  
 十五尺即內容圈半徑倍之得一百九  
 十尺即內容圈全徑也如圖甲乙丙三  
 角形內容戊圈形試自圈之中心至甲  
 乙丙三角各作戊甲戊乙戊丙三線遂  
 分甲乙丙三角形爲甲戊乙甲戊丙乙  
 戊丙三三角形其三邊皆爲三角形之  
 底而戊已半徑皆爲三角形之垂線今  
 乙丙底邊與甲丁中垂線相乘所得之



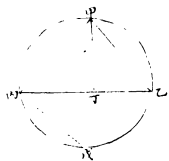
長方積原比甲乙丙三角形積大一倍  
即如將所分三三角形各用垂線乘底  
邊所得之三長方積合為一長方也三  
長方之長雖不同而闊則一故各以長  
除積而得闊者即如合三角形之三邊  
除三角形之倍積而得半徑也

設如有銳角三角形大腰一百八十三尺小腰一百  
六十八尺底二百二十五尺求外切圓徑幾何

法用求中垂線法求得中垂線一百三



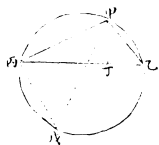
十四尺四寸為一率小腰一百六十八  
 尺為二率大腰一百八十三尺為三率  
 推得四率二百二十八尺七寸五分即  
 外切圓徑也如圖甲乙丙三角形甲乙  
 為小腰甲丙為大腰乙丙為底甲丁為  
 中垂線試作切三角一圓自甲角至圓  
 對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作  
 丙戊線則甲丙戊三角形之丙角立於  
 圓界之一半必為直角與甲丁垂線所



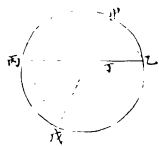
分甲丁乙三角形之丁角等而戊角與乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊與甲丁乙兩三角形為同式形是以甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比而為相當比例四率也

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求外切圓徑幾何

法用求中垂線法求得中垂線八尺為一率小腰十尺為二率大腰十七尺為



三率推得四率二十一尺二寸五分即  
 外切圓徑也如圖甲乙丙三角形甲乙  
 為小腰甲丙為大腰乙丙為底甲丁為  
 中垂線試作切三角一圓自甲角至圓  
 對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作  
 丙戊線則甲丙戊三角形之丙角立於  
 圓界之一半必為直角與甲丁垂線所  
 分甲丁乙三角形之丁角等而戊角與  
 乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊



與甲丁乙兩三角形爲同式形是以甲  
丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比  
而爲相當比例四率也